

## Rechnerischer Abbund mit Formeln

von Zimmermeister Elmar Mette

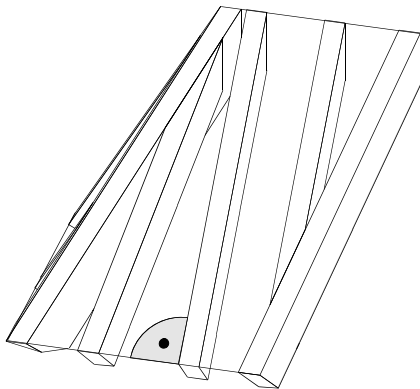
### Hexenschnitt

Der Hexenschnitt erhielt seinen Namen wohl vor mehreren hundert Jahren, als Schiftkenntnisse noch Geheimwissen der Zimmermeister waren. Für die Arbeit auf dem Profil nahm der Meister als Helfer oft einen unerfahrenen Mitarbeiter, bei dem er sicher sein konnte, dass er ihm nichts von seiner Schifttechnik abschaut. Für die Gesellen und Lehrlinge mag das Können des Meisters damals an Hexerei begrenzt haben.

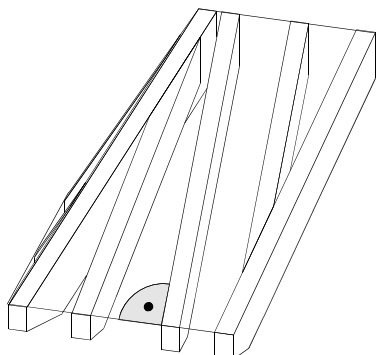
Heute ist die Behandlung des Hexenschnittes in den Ausbildungszentren im dritten Lehrjahr eine Selbstverständlichkeit.

Um die Aufgabenstellung klar einzugrenzen, muss zunächst eine allgemeine Definition des Hexenschnitts gefunden werden.

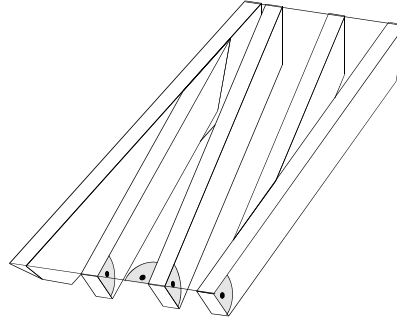
**Als Hexenschnitt können alle nicht lot- oder waagerechten Traufabschnitte an Hölzern bezeichnet werden, die mit senkrechten Seitenflächen schräg zum Normalprofil in einer Dachfläche liegen.** Demnach könnten Hexenschnitte an Grat- und Kehlsparren, schrägen Flugsparren sowie schrägen Schiftern vorkommen (sofern sie abgegratet werden müssen; also nicht verkantet sind). (Bild 1)



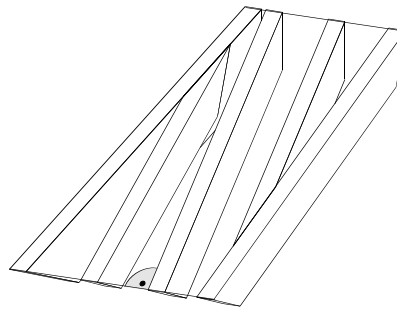
Bei lot- oder waagrechtem Abschnitt des Normalprofils erhalten die nicht rechtwinklig zur Traufe angeordneten Hölzer ebenfalls Lot- oder Waageschnitte. (Bild 2)



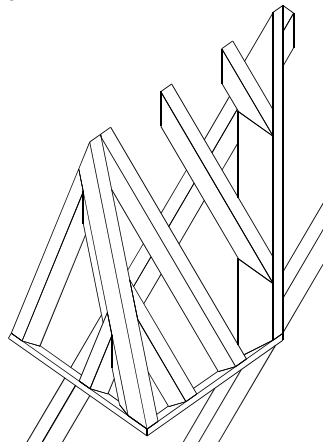
Schrägliegende, verkantete Hölzer werden bei rechtwinkligem Abschnitt des Normalprofils ebenfalls rechtwinklig abgeschnitten. (Bild 3)



Wird das Normalprofil dagegen lot- oder waagrecht bzw. nicht rechtwinklig abgeschnitten, so weicht die Abschnittsschmiege der schrägen, verkanteten Hölzer von der des Normalprofils ab. (Bild 4) Die Schmiege wird im Flächenprofil ermittelt.



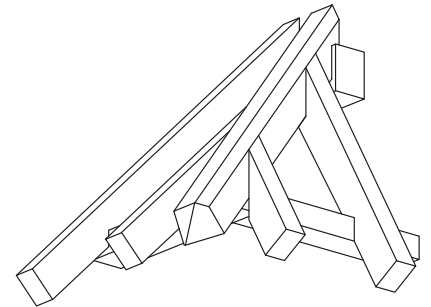
Kehlbohlen werden selten an den Traufabschnitt des Normalprofils angepasst. Dies könnte erforderlich sein, wenn ein Stirnbrett an der Anbautraufe bis zur Hauptdachfläche geführt werden soll. (Bild 5) Im Blick auf die Dachdeckung ist es aber meist sinnvoller, die Kehlbohle nicht bis zur Traufe durchzuführen.



Nach der eingangs formulierten Definition eines Hexenschnittes würde es sich bei den Bildern 2 bis 5 also nicht um Hexenschnitte handeln.

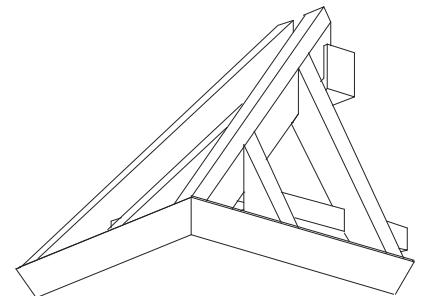
Bei Hexenschnitten an Grat- und Kehlsparren muss zwischen mehreren Varianten unterschieden werden.

Wenn keine besonderen Anforderungen bestehen, können Sparren und Schifter sowohl an der HD- wie auch an der W-Traufe rechtwinklig abgeschnitten werden. (Bild 6)

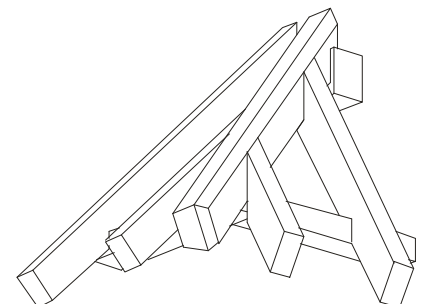


Diese Variante kann bei größeren Neigungsunterschieden zwischen HD- und W-Profil zu unbefriedigenden Ergebnissen führen, da die Verschneidungslinie diagonal über den Gratsparrenkopf läuft.

Soll ein umlaufendes Stirnbrett angeordnet werden, so müssen die Abschnitte an HD- und W-Traufe unbedingt den gleichen Winkel zur Waagerechten haben. Nur dann können beide Stirnbretter mit den gleichen Schmiegen und Maschinenwinkeln ausgeführt werden. (Bild 7)



Wenn kein Stirnbrett verlangt wird und der Schönheitsfehler der ersten Variante vermieden werden soll, bietet sich als dritte Variante der gleichlaufende oder parallele Hexenschnitt an. (Bild 8) Dabei wird zunächst die Hexenschnittsschmiege für die HD-Seite ermittelt. Damit die Verschneidungslinie am Gratsparrenkopf parallel zu den Kanten verläuft, muss auf der W-Seite des Gratsparrens die gleiche Hexenschnittsschmiege angetragen werden. Von dieser Schmiege am Gratsparren ergibt sich der Abschnittswinkel an der W-Traufe.



### Berechnung der Hexenschnittschmiegen

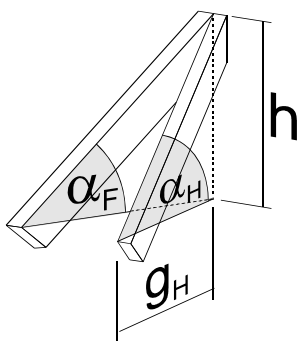
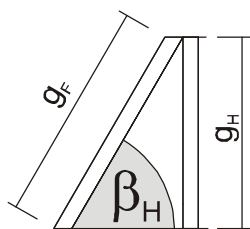
Die Berechnung des Hexenschnitts lässt sich sehr einfach anhand eines schrägen Flugsparrens erläutern (Bild 9 und 10). Dabei ist nur eine Dachfläche zu berücksichtigen und man kann sich den schrägen Flugsparren als halben Gratsparren vorstellen. Damit die in den vorangegangenen Artikeln berechneten Werte weiter verwendet werden können, wird die HD-Fläche von einem im Grund unter 60° liegenden schrägen Ortgang abgeschnitten. Somit hat der Flugsparren das gleiche Grundmaß wie der Gratsparren.

Gegeben ist also:

Grundmaß HD:  $g_H = 5,00$

HD-Neigung:  $\alpha_H = 45^\circ$

Grundwinkel HD:  $\beta_H = 60^\circ$



Berechnet wurden bisher u. a.:

Höhe:  $h = 5,00$

Flugsparrengrundmaß  $g_F =$

Gratgrundmaß:  $g_G = 5,774$

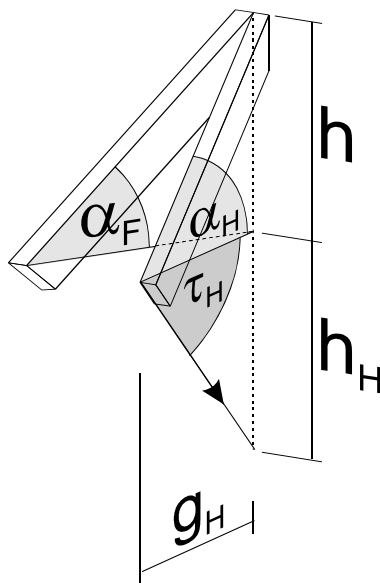
Flugsparrenneigung  $\alpha_F =$

Gratneigung:  $\alpha_G = 40,893^\circ$

Gesucht:

Hexenschnittschmiege HD:  $\lambda_H$

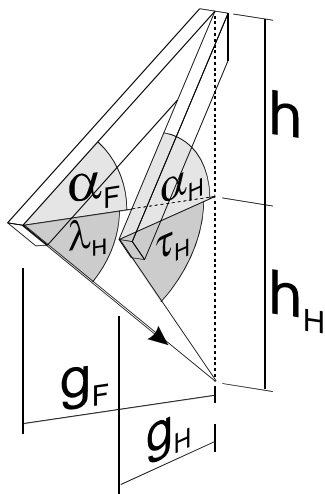
Da das 45° geneigte HD-Profil einen rechtwinkligen Traufabschnitt erhalten soll, beträgt der Traufabschnittswinkel zur Waagerechten  $\tau_H = 45^\circ$ . Stellt man sich vor, dass die Abschnittsschmiege vom Normalsparren bis in Baumitte verlängert wird, so erhält man die Höhe  $h_H$  unterhalb der Traufe. (Bild 11)



$$h_H = g_H \cdot \tan \tau_H$$

Da in diesem Sonderfall  $\tau_H = \alpha_H$  ist, muss  $h_H = h$  sein.

Die Hexenschnittschmiege  $\lambda_H$  am schrägen Flugsparren muss ebenfalls in diesen Punkt laufen. (Bild 12)



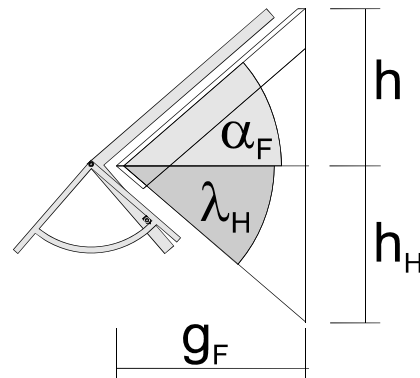
Die Hexenschnittschmiege  $\lambda_H$  liegt in einem rechtwinkligen Dreieck dessen Gegenkathete  $h_H$  und dessen Ankathete das Flugsparrengrundmaß  $g_F$  ist

$$\lambda_H = \text{atn} \left( \frac{h_H}{g_F} \right)$$

$$\lambda_H = \text{atn} \left( \frac{5,00}{5,774} \right) = 40,893^\circ$$

Dem aufmerksamen Leser wird nun auffallen, was der erfahrene Zimmerer längst wusste: Die Hexenschnittschmiege  $\lambda_H$  ist genau so groß wie die Flugsparrenneigung  $\alpha_F$ . Sollte eine kleine Differenz bestehen, so ist diese nur in der Rechenungenauigkeit begründet. Daran erkennt man: Immer dann, wenn der Traufabschnittswinkel zur

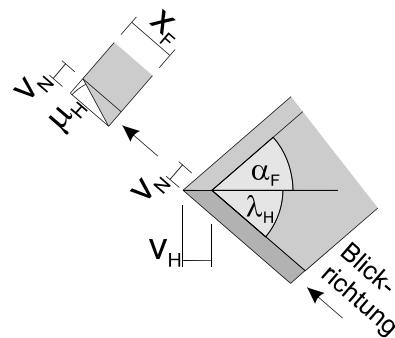
Waagerechten  $\tau_H =$  der Dachneigung  $\alpha_H$  ist, braucht die Hexenschnittschmiege  $\lambda_H$  nicht berechnet werden, weil sie genauso groß wie die Neigung des schrägliegenden Bauteils ist. Um die Anreißschmiege für den Alphanwinkel in einem solchen Sonderfall zu erhalten, kann also einfach die Neigung des Grat-, Kehl- oder schrägen Flugsparrens mit zwei multipliziert werden. (Bild 13)



Wenn kein Sonderfall vorliegt, also  $h_H$  nicht  $= h$  ist, ergibt sich die Anreißschmiege durch die Addition der Neigung des schrägen Bauteils und der Hexenschnittschmiege zur Waagerechten  $\lambda_H$ .

### Maschinenwinkel für Hexenschnitt

Um den Maschinenwinkel für den Schnitt entlang der Hexenschnittschmiege zu ermitteln, muss genau in Schnittrichtung geschaut werden. (Bild 14 zeigt den Traufkopf des schrägen Flugsparrens sowie den Blick genau in Schnittrichtung.)



Aus der Dicke des Flugsparrens  $x_F$  und dem Verstichmaß  $v_N$  kann der Maschinenwinkel errechnet werden. Das Verstichmaß  $v_N$  wird aus dem waagerechten Verstichmaß  $v_H$  berechnet. Wenn der Flugsparren eine Breite  $x_F$  von 8 cm hätte, ergäbe sich folgender Rechenweg.

$$v_H = x_F : \tan \beta_H$$

$$v_H = 0,08 : \tan \beta_H = 0,046$$

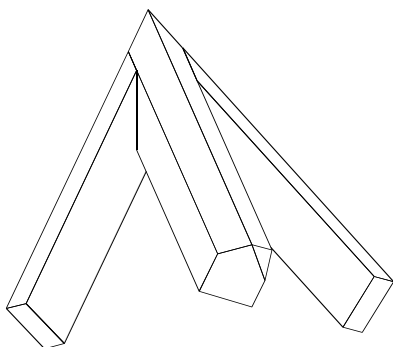
$$v_N = v_H \cdot \sin \lambda_H = 0,030$$

$$\mu_H = \operatorname{atn} \left( \frac{0,030}{0,080} \right) = 20,705^\circ$$

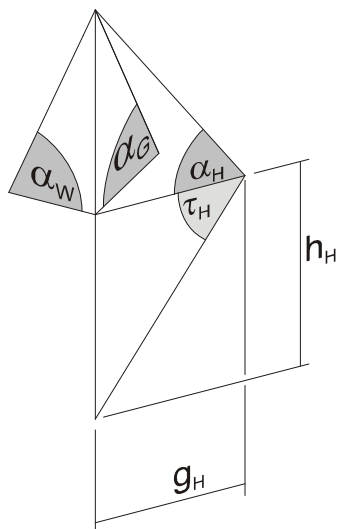
Die Kreissäge muss also um  $20,7^\circ$  geschwenkt werden. Der erfahrene Zimmerer hätte diesen Maschinenwinkel erst gar nicht berechnet, da er in diesem Sonderfall genau dem Abgratungswinkel entspricht, der in einem vorangegangenen Artikel berechnet wurde. Dieser Zusammenhang wird klar, wenn man sich den Hexenschnitt als eine Art Abgratung vorstellt, mit der die Flucht mit den Sparrenköpfen an der Traufe erzielt wird.

### Hexenschnitt beim Gratsparren

Hat man das Prinzip der Berechnung des Hexenschnitts am schrägen Flugsparren verstanden, kann man es problemlos auch für die Hexenschnittschmiegen an Grat- und Kehlsparren anwenden. (Bild 15 zeigt die Blickrichtung schräg von unten auf eine Gratecke. In den folgenden Bildern werden die Hölzer der Übersichtlichkeit halber weggelassen.)

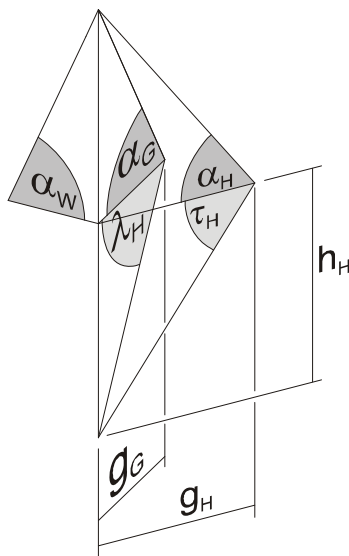


Zunächst wird der Hexenschnitt für die HD-Seite betrachtet. (Bild 16) Verlängert man den rechtwinkligen Abschnitt an der HD-Traufe bis Baummitte, so erhält man die Höhe  $h_H$ .

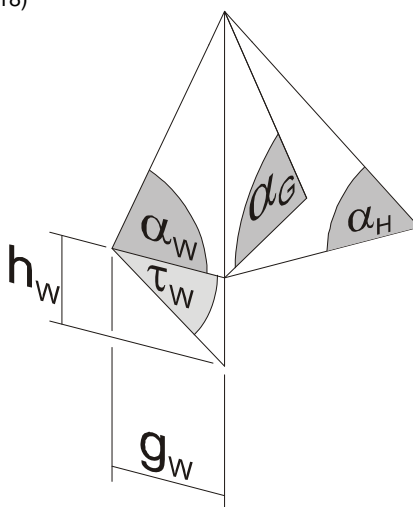


Der Schnittpunkt liegt genau unter dem Anfallspunkt des Gratsparrens. Von diesem Punkt zum Traufpunkt des Gratsparrens verläuft die Hexenschnittschmiege. Mit Hilfe des Gratgrundmaßes  $g_G$  und der Höhe  $h_H$  kann die Hexenschnittschmiege zur Waage-

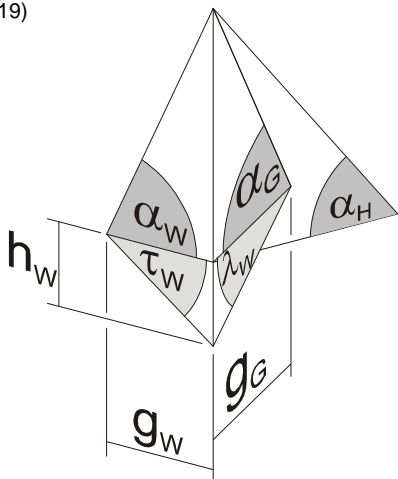
rechten  $\lambda_H$  berechnet werden. (Bild 17) Da es sich hierbei wieder um den gleichen Sonderfall wie beim schrägen Flugsparren handelt, ist  $\lambda_H$  wieder genau so groß wie  $\alpha_G$ .



Soll die Walmseite ebenfalls rechtwinklig abgeschnitten werden, so beträgt der Walmabschnittswinkel zur Waagerechten  $\tau_W = 30^\circ$ . Die Abschnittsschmiege wird verlängert bis unter den Anfallspunkt des Gratsparrens. Dadurch erhält man die Höhe  $h_W$ . (Bild 18)



Mit der Höhe  $h_W$  und dem Gratgrundmaß  $g_G$  kann nun die Hexenschnittschmiege zur Waagerechten  $\lambda_W$  berechnet werden. (Bild 19)



Das Walmgrundmaß  $g_W$  wurde in einem vorhergehenden Artikel berechnet und beträgt 2,887.

$$h_W = g_W \cdot \tan \tau_W$$

$$h_W = 2,887 \cdot \tan 30^\circ = 1,667$$

$$\lambda_W = \operatorname{atn} \left( \frac{h_W}{g_G} \right)$$

$$\lambda_W = \operatorname{atn} \left( \frac{1,667}{5,774} \right) = 16,102^\circ$$

Um die Anreißschmiege für den Alphawinkel zu erhalten, muss man  $\lambda_W$  und  $\alpha_G$  addieren:

$$\lambda_W + \alpha_G = 16,102^\circ + 40,893^\circ = 56,996^\circ$$

### Herleitung einer allgemein gültigen Gleichung

Um eine allgemein gültige Gleichung herzuleiten, müssen die Nebengleichungen in die Hauptgleichung eingesetzt werden.

Nebengleichungen:

$$h_H = g_H \cdot \tan \tau_H$$

$$g_G = g_H : \sin \beta_H$$

Hauptgleichung:

$$\lambda_H = \operatorname{atn} \left( \frac{h_H}{g_G} \right)$$

$$\lambda_H = \operatorname{atn} \left( g_H \cdot \tan \tau_H : \frac{g_H}{\sin \beta_H} \right)$$

Division durch einen Bruch heißt Multiplikation mit dem Kehrwert.

$$\lambda_H = \operatorname{atn} \left( \frac{g_H \cdot \tan \tau_H \cdot \sin \beta_H}{g_H} \right)$$

Da  $g_H$  im Zähler und im Nenner vorkommt, kann es weg gekürzt werden.

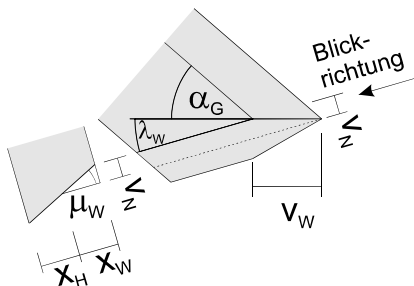
$$\lambda_H = \operatorname{atn} \left( \frac{g_H \cdot \tan \tau_H \cdot \sin \beta_H}{g_H} \right)$$

Am Ende steht eine einfache Gleichung in der nur der Grundwinkel  $\beta_H$  und der Traufabschnittswinkel zur Waagerechten  $\tau_H$  vorkommen.

$$\lambda_H = \text{atn} \left( \tan \tau_H \cdot \sin \beta_H \right)$$

Wer die bisher erschienenen Artikel aufmerksam gelesen hat, wird feststellen, dass diese Gleichung der für die Berechnung der Gratneigung entspricht.

Der Maschinenwinkel für den Hexenschnitt auf der HD-Seite des Gratsparrens muss der gleiche sein, wie der am schrägen Flugsparren. So wäre nur noch der Maschinenwinkel für die Walmseite zu berechnen. (Bild 20)



Bei einem nicht grundverschobenen 14er Gratsparren wäre  $x_W = 0,07$ . Aus dieser halben Breite wird das Verstichmaß  $v_W$  berechnet.

$$v_W = x_W : \tan \beta_W$$

$$v_W = 0,07 : \tan \beta_W = 0,121$$

Aus dem waagerechten Verstichmaß muss das Verstichmaß in der Neigung  $v_N$  berechnet werden.

$$v_N = v_W \cdot \sin \lambda_W$$

$$v_N = 0,121 \cdot \sin \lambda_W = 0,034$$

Der Maschinenwinkel errechnet sich aus diesem Verstichmaß und der Breite  $x_W$ .

$$\mu_W = \text{atn} \left( \frac{v_N}{x_W} \right)$$

$$\mu_W = \text{atn} \left( \frac{0,034}{0,070} \right) = 25,659^\circ$$

Möchte man auch aus diesem Rechenweg eine allgemein gültige Gleichung herleiten, so muss die Nebengleichung für  $v_W$  so umgestellt werden, dass  $x_W$  links vom Gleichheitszeichen steht.

$$x_W = v_W \cdot \tan \beta_W$$

Die zweite Nebengleichung lautet:

$$v_N = v_W \cdot \sin \lambda_W$$

Die Hauptgleichung lautet:

$$\mu_W = \text{atn} \left( \frac{v_N}{x_W} \right)$$

Die Nebengleichungen werden in die Hauptgleichung eingesetzt.

$$\mu_W = \text{atn} \left( \frac{v_W \cdot \sin \lambda_W}{v_W \cdot \tan \beta_W} \right)$$

Der waagerechte Verstich  $v_W$  kommt im Zähler wie im Nenner vor und kann weg gekürzt werden.

$$\mu_W = \text{atn} \left( \frac{\cancel{v_W} \cdot \sin \lambda_W}{\cancel{v_W} \cdot \tan \beta_W} \right)$$

Es bleibt eine Gleichung, in der nur noch die Hexenschnittschmiege zur Waagerechten  $\lambda_W$  und der Gratgrundwinkel  $\delta_W$  vorkommen.

$$\mu_W = \text{atn} \left( \frac{\sin \lambda_W}{\tan \beta_W} \right)$$